

Z/2098.1 Maturitní test 2015 – podzim

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na koncert přišlo 800 osob, tedy o čtvrtinu osob více, než organizátoři očekávali.

(CZVV)

1 Vypočtěte, kolik osob organizátoři očekávali.

1 bod

2 Pro $y \in \mathbb{R}$ zjednodušte:

$$\frac{(2 \cdot y^2)^{100} \cdot y^{100}}{(2^4)^{50}} =$$

1 bod

3 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ proveďte umocnění a upravte:

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{6}\right)^2 =$$

1 bod

4 Pro $a \in \mathbb{R}$ výraz zjednodušte a uveďte podmínky, pro něž má výraz smysl.

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{a}{9}\right) =$$

max. 3 body

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

5 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

max. 2 body

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

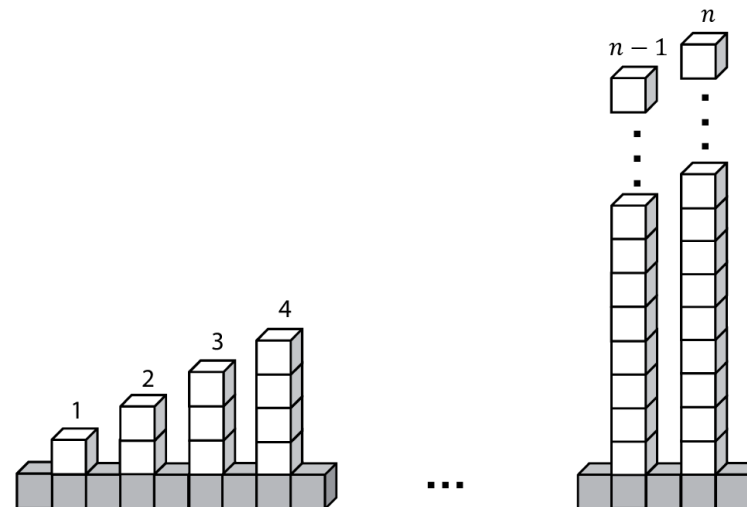
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí.

Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe.

Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší. Nejvyšší sloupek tvoří n světlých krychlí.

Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



(CZVV)

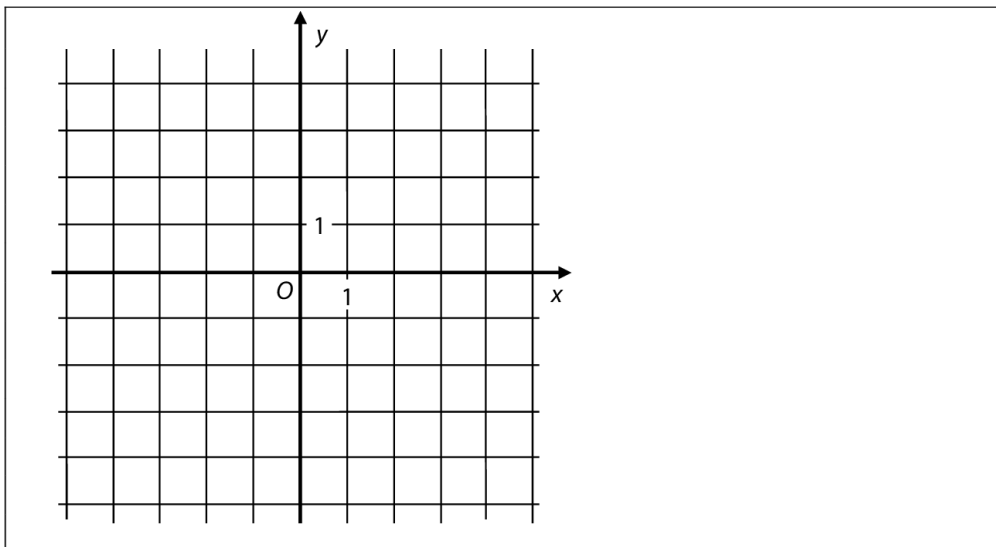
6 Vyjádřete počet tmavých krychlí v závislosti na veličině n , kde $n \in \mathbb{N}$.

1 bod

7 Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$.

1 bod

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8



(CZVV)

max. 2 body

8 Funkce f s definičním oborem \mathbf{R} má předpis $y = 4 - 2x$.

8.1 Sestrojte graf funkce f .

V záznamovém archu obtáhněte graf **propisovací tužkou**.

8.2 Graf lineární funkce g s definičním oborem \mathbf{R} prochází počátkem O kartézské soustavy souřadnic Oxy a s grafem funkce f nemá žádný společný bod.

Zapište předpis funkce g .

max. 2 body

9 Je dán vektor $\overline{AB} = (5; 3)$ a body $A[a; -1]$, $B[4; b]$.

9.1 Vypočtěte chybějící souřadnici a bodu A .

9.2 Vypočtěte chybějící souřadnici b bodu B .

max. 2 body

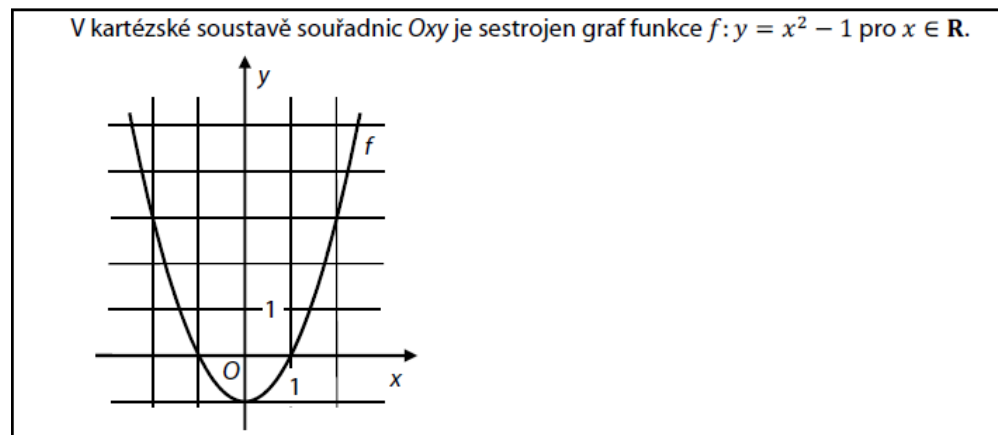
10 V rovnoramenném pravouhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C platí:

$A[-1; 2]$, $C[-5; -2]$.

Vypočtěte délku strany AB .

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf funkce $f: y = x^2 - 1$ pro $x \in \mathbf{R}$.



(CZVV)

1 bod

11 Určete všechny hodnoty proměnné x , pro něž je $f(x) \leq 3$.

Z/2098.3 Maturitní test 2015 – podzim

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 12–13

Karel si rozdělil s dvěma asistentkami Janou a Martou práci tak, že každá z obou asistentek pracovala jednu hodinu a zbývající díl práce dokončil Karel sám.

Celá práce by přitom samotné Janě trvala 2 hodiny a samotné Martě o 30 minut déle než Janě.

(Každý z pracovníků udržuje rovnoměrné pracovní tempo.)

(CZVV)

1 bod

12 Vyjádřete zlomkem, jakou část práce ve skutečnosti vykonala Jana.

1 bod

13 Vypočtete v procentech, jaká část práce zbyla na Karla.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Škola zakoupila dva druhy kalkulaček. Levnější kalkulačka stála 585 Kč a dražší 630 Kč. Za nákup 60 kalkulaček škola zaplatila celkem 35 910 Kč.

(CZVV)

max. 3 body

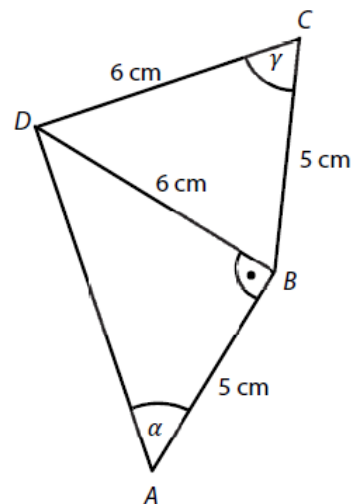
14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik korun škola zaplatila za nákup levnějších kalkulaček.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Ve čtyřúhelníku $ABCD$ platí:

$|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$, $|CD| = 6 \text{ cm}$, $|BD| = 6 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABD| = 90^\circ$



(CZVV)

max. 3 body

15

15.1 Vypočtete velikost úhlu $\alpha = |\sphericalangle DAB|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

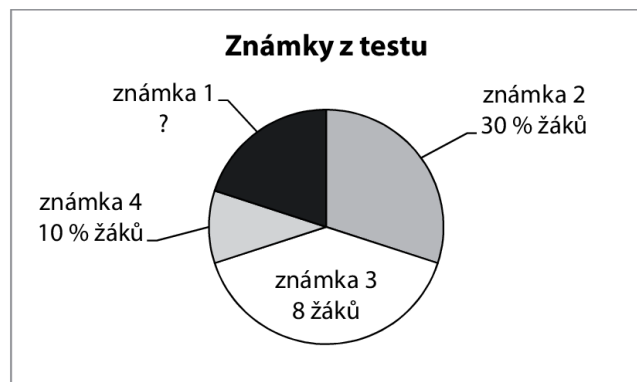
15.2 Vypočtete velikost úhlu $\gamma = |\sphericalangle BCD|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Z/2098.4 Maturitní test 2015 – podzim

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 16

Graf udává rozložení známek z testu u 20 žáků.



Známku 5 nedostal nikdo.

(CZVV)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 Počet žáků, kteří získali známku 1 nebo 2, je stejný jako počet žáků, kteří získali známku 3 nebo 4. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 Aritmetický průměr známek je 2,4. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 Medián je 3. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 Modus je 3. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2 body

17 Pro každé $n \in \{2; 3; 4; \dots\}$ je rozdíl $\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$ roven:

- A) $\binom{n}{2}$
- B) $\frac{n}{2}$
- C) 2
- D) n
- E) $2n$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Osm spolužáků (Adam, Bára, Cyril, Dan, Eva, Filip, Gábina a Hana) se má seřadit za sebou tak, aby Eva byla první a Dan předposlední.

(CZVV)

2 body

18 Kolika způsoby se mohou spolužáci seřadit?

- A) 5 040
- B) 2 880
- C) 1 440
- D) 720
- E) jiným počtem

Z/2098.5 Maturitní test 2015 – podzim

19 V geometrické posloupnosti platí:

$$q = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

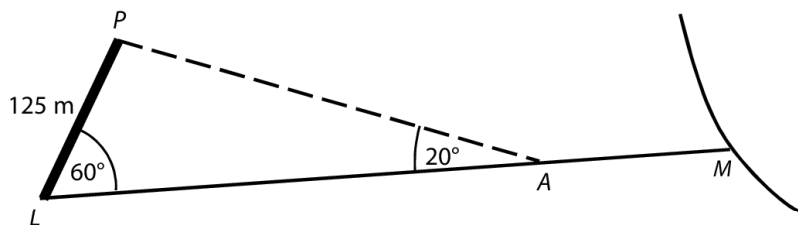
Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

- A) $\langle -8; 0 \rangle$
- B) $\langle 0; 2 \rangle$
- C) $\langle 2; 4 \rangle$
- D) $\langle 4; 8 \rangle$
- E) do žádného z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Hranice LP mezi dvěma pozemky má délku 125 metrů. Od jejího levého okraje L vede rovná pěšina LM , která s touto hranicí svírá úhel o velikosti 60° .

Na pěšině je stanoviště A , z něhož je hranice LP vidět pod zorným úhlem 20° .



(CZVV)

2 body

20 Jaká je vzdálenost AL stanoviště A od levého okraje L hranice LP ?

Výsledek je zaokrouhlen na celé metry.

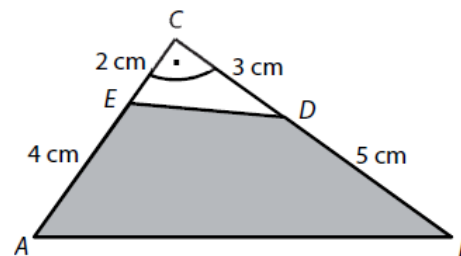
- A) 250 m
- B) 343 m
- C) 360 m
- D) 365 m
- E) jiná vzdálenost

2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Z pravoúhlého trojúhelníku ABC byl odstřižen bílý trojúhelník CED .

Platí: $|AE| = 4$ cm; $|CE| = 2$ cm; $|BD| = 5$ cm; $|CD| = 3$ cm.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je obsah tmavého čtyřúhelníku $ABDE$?

- A) 21 cm^2
- B) 22 cm^2
- C) 23 cm^2
- D) 24 cm^2
- E) jiný obsah

Z/2098.6 Maturitní test 2015 – podzim

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V nádobě tvaru rotačního válce je 1 litr vody. Vnitřní **průměr** nádoby je 10 cm.

(CZVV)

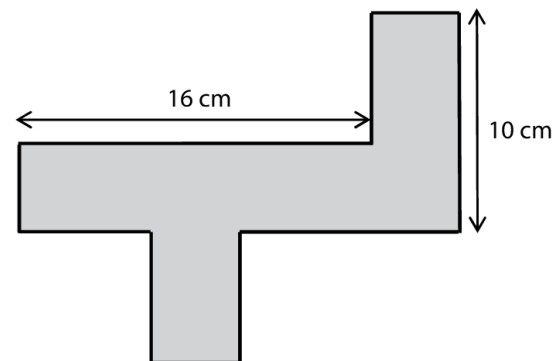
2 body

22 Jaká je výška sloupce vody v nádobě?

- A) $\frac{40}{\pi}$ cm
- B) $\frac{4}{\pi}$ cm
- C) $\frac{25}{\pi}$ cm
- D) $\frac{1}{25\pi}$ cm
- E) $\frac{10}{\pi}$ cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na obrázku je síť kváдру se čtvercovou podstavou.



(CZVV)

2 body

23 Jaký je povrch kváдру?

- A) 64 cm²
- B) 96 cm²
- C) 128 cm²
- D) 144 cm²
- E) jiný povrch

Z/2098.7 Maturitní test 2015 – podzim**2 body****24** Je dána přímka p : $-12x + 4y - 5 = 0$.**Která z následujících přímek je rovnoběžná s přímkou p ?**

- A) $a: x = 4 + 3t$
 $y = 12 - t, t \in \mathbf{R}$
- B) $b: x = 5 + 3t$
 $y = 5 + t, t \in \mathbf{R}$
- C) $c: x = 1 - t$
 $y = 1 + 3t, t \in \mathbf{R}$
- D) $d: x = 7 + t$
 $y = 7 + 3t, t \in \mathbf{R}$
- E) $e: x = -12 - 5t$
 $y = 4 - 5t, t \in \mathbf{R}$

max. 4 body**25** **Přiřadte ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru \mathbf{R} odpovídající množinu všech řešení (A–F).**

25.1 $2^x = \frac{1}{2}$ _____

25.2 $2^x = 0$ _____

25.3 $\log_2 x = -1$ _____

25.4 $\log_2 x^2 = 0$ _____

- A) $\{-2\}$
- B) $\{-1\}$
- C) $\{\frac{1}{2}\}$
- D) $\{1\}$
- E) \emptyset
- F) jiná množina

max. 3 body**26** **Přiřadte ke každé nerovnici (26.1–26.3) řešené v oboru \mathbf{R} odpovídající množinu všech řešení (A–E).**

26.1 $\frac{3-x}{-2} < -1$ _____

26.2 $\frac{2}{3-x} < 0$ _____

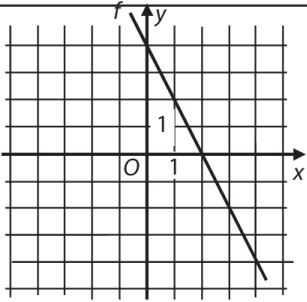
26.3 $\frac{3-x}{x-3} > 0$ _____

- A) \emptyset
- B) $(-\infty; 1)$
- C) $(-\infty; 3)$
- D) $(1; +\infty)$
- E) $(3; +\infty)$

Z/2098.8 Výsledky: Maturitní test 2015 – podzim

Maximální bodové hodnocení:	50 bodů
Hranice úspěšnosti:	33 %
Časový limit:	90 minut
Známkování:	33% – 51% – 68% – 84% – 100%

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	26	11	15

Úloha	Správné řešení	Body
1	640	1
2	$\frac{y^{300}}{2^{100}}$	1
3	$\frac{9}{x^2} - 1 + \frac{x^2}{36}$; resp. $\frac{x^4 - 36x^2 + 324}{36x^2}$	1
4	$\frac{3}{3-a}$; $a \neq -3; a \neq 0; a \neq 3$ a postup řešení	max. 3 b.
5	$x \neq 0; x \neq -2; K = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ a postup řešení	max. 2 b.
6	$2n + 1$	1
7	5 149	1
8		(max. 2 b.)
8.1		1
8.2	$g: y = -2x$	1
9		(max. 2 b.)
9.1	$a = -1$	1
9.2	$b = 2$	1
10	8 j	max. 2 b.

Úloha	Správné řešení	Body
11	$x \in \langle -2; 2 \rangle$	1
12	$\frac{1}{2}$	1
13	10 %	1
14	24 570 Kč a postup řešení	max. 3 b.
15		max. 3 b.
15.1	$\alpha \doteq 50^\circ$ a postup řešení	
15.2	$\gamma \doteq 65^\circ$ a postup řešení	
16		max. 2 b.
16.1	A	
16.2	A	
16.3	N	
16.4	A	
17	D	2
18	D	2
19	B	2
20	C	2
21	A	2
22	A	2
23	C	2
24	D	2
25		max. 4 b.
25.1	B	
25.2	E	
25.3	C	
25.4	F	
26		max. 3 b.
26.1	B	
26.2	E	
26.3	A	
CELKEM		50 bodů

Všechna ekvivalentní vyjádření jsou možná.